

Mouvement de rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

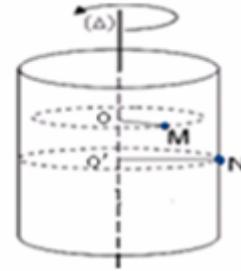
I- Rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe:

1) Définition:

Un corps solide est en rotation autour d'un axe fixe si tous ses points décrivent des cercles ou des arcs de cercles dans un plan perpendiculaire à cet axe et centrés sur l'axe.

Exemple:

Les points M et N décrivent deux trajectoires circulaires centrées successivement aux points O et O' sur l'axe Δ et leurs trajectoires appartiennent à un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.



Durant la rotation, pendant la même durée Δt , tous les points du solide tournent du même angle θ .

2) Repérage du mouvement d'un point d'un solide en mouvement autour d'un axe fixe.

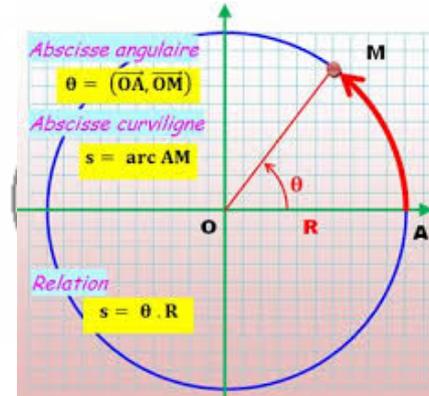
Pour repérer le mouvement d'un point M d'un corps solide en rotation, on considère un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) confondu avec le plan du mouvement.

Soit M_0 la position du mobile à l'instant $t=0$.

M la position du mobile à l'instant t.

Pour repérer la position du point M on utilise:

- soit l'abscisse curviligne : $s = \widehat{MM_0}$
- Ou bien l'abscisse angulaire : $\theta = (\vec{OA}, \vec{OM})$



Remarque: on peut utiliser les coordonnées cartésiennes :

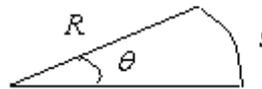
$$\begin{cases} x = R \cos \theta \\ y = R \sin \theta \end{cases} \quad \text{Dans ce cas le vecteur position : } \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

3) Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire:

A tout instant l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire sont liés par la relation suivante:

$$s = R\theta$$

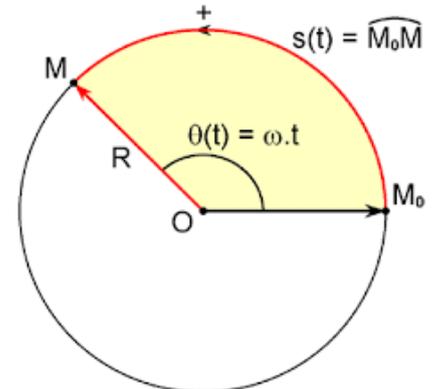
- R: rayon de la trajectoire circulaire en (m).
- s: l'abscisse curviligne en (m).
- θ : l'abscisse angulaire en (rad)



4) Vitesse linéaire et vitesse angulaire:

La vitesse linéaire moyenne : $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ en (m/s).

La vitesse angulaire moyenne : $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ en (rad/s).



5) Relation entre La vitesse linéaire et la vitesse angulaire:

$$\text{On a: } v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta(R\theta)}{\Delta t} = R \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = R\omega \quad \Rightarrow \quad v = R\omega$$

Remarque: La vitesse linéaire instantanée à un instant donnée t_1 est la vitesse linéaire moyenne calculée entre les

$$\text{instants } t_{i-1} \text{ et } t_{i+1}: \quad v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{exemple: } v_2 = \frac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$$

La vitesse angulaire instantanée à un instant donnée t_1 est la vitesse angulaire moyenne calculée entre les instants

$$t_{i-1} \text{ et } t_{i+1}: \quad \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{exemple } \omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{t_3 - t_1}$$

6) Activité expérimentale:

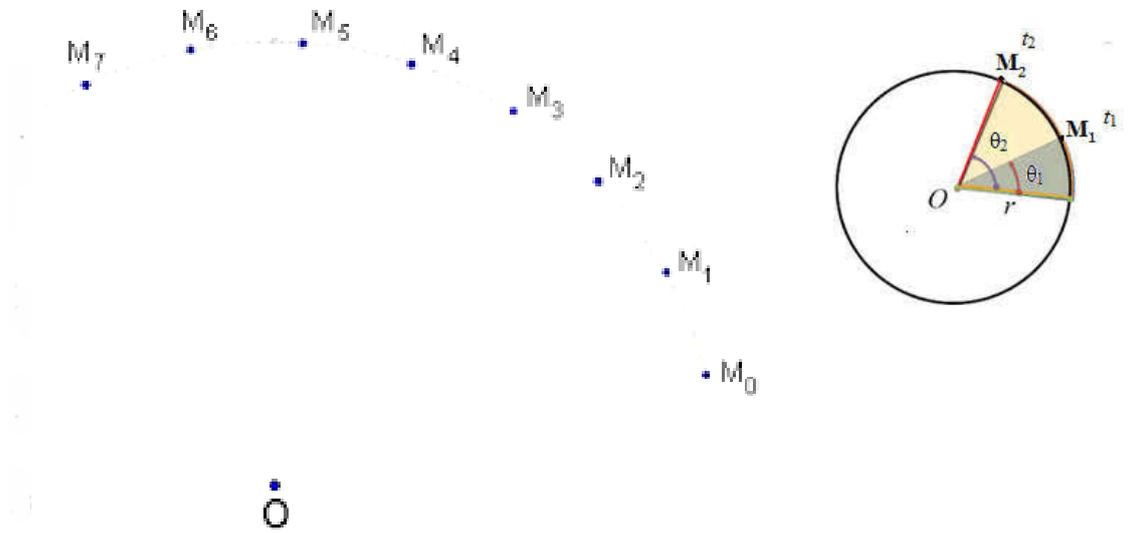
Δ On considère un disque homogène de rayon R capable de tourner autour d'un axe fixe

En enregistrant le mouvement d'un point M appartenant à la circonférence du disque pendant des temps successifs et égaux $\tau = 20 \text{ ms}$ on obtient l'enregistrement suivant (figure 1)

1) en utilisant les relations :

$$v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau} \quad , \quad \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

- a) calculer : v_1, v_2 et v_3 .
 b) calculer ω_1, ω_2 et ω_3



II- Mouvement circulaire uniforme:

1) Définition:

Un corps solide est dit en mouvement circulaire uniforme si sa vitesse angulaire est constante au cours du temps et son mouvement devient périodique.

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est la durée d'un tour.

1^{ère} Remarque: on a $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ Pour 1 tour $\Delta\theta = 2\pi$ et $\Delta t = T \Rightarrow$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

2^{ème} Remarque:

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme tous les points du solide ont même vitesse angulaire mais la vitesse linéaire qui est donnée par la $v_i = R_i \cdot \omega$ augmente au fur et à mesure que le point s'éloigne de l'axe relation rotation.

2) Equation horaire du mouvement circulaire uniforme:

L'équation horaire de l'abscisse curviligne d' mouvement circulaire uniforme est: $s(t) = vt + s_0$

L'équation horaire de l'abscisse angulaire d' mouvement circulaire uniforme est: $\theta(t) = \omega t + \theta_0$

s_0 : l'abscisse curviligne à $t=0$

θ_0 : L'abscisse angulaire à $t=0$

$s=f(t)$ est une équation affine son coefficient directeur est égal à v .

on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:

$\theta=f(t)$ est une équation affine son coefficient directeur est égal à ω .

on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:

