Exercices sur l'équilibre d'un solide soumis à 3 forces non parallèles

Exercice 1:

Détermination d'une force d'origine électrostatique

La boule chargée d'une pendule électrostatique, de poids $P = 0{,}03\ N$, est repoussée par un corps chargé.

A l'équilibre, le fil du pendule fait un angle $\alpha = 6°$ avec la verticale. On suppose que la force d'origine électrique s'exerçant sur la boule d'origine verticale.

Déterminer :

1-La force que la force d'origine électrique s'exerçant sur la boule.

2-La tension du fil.

Corrigé

1-Détermination de la force que la force d'origine électrique s'exerçant sur la boule :

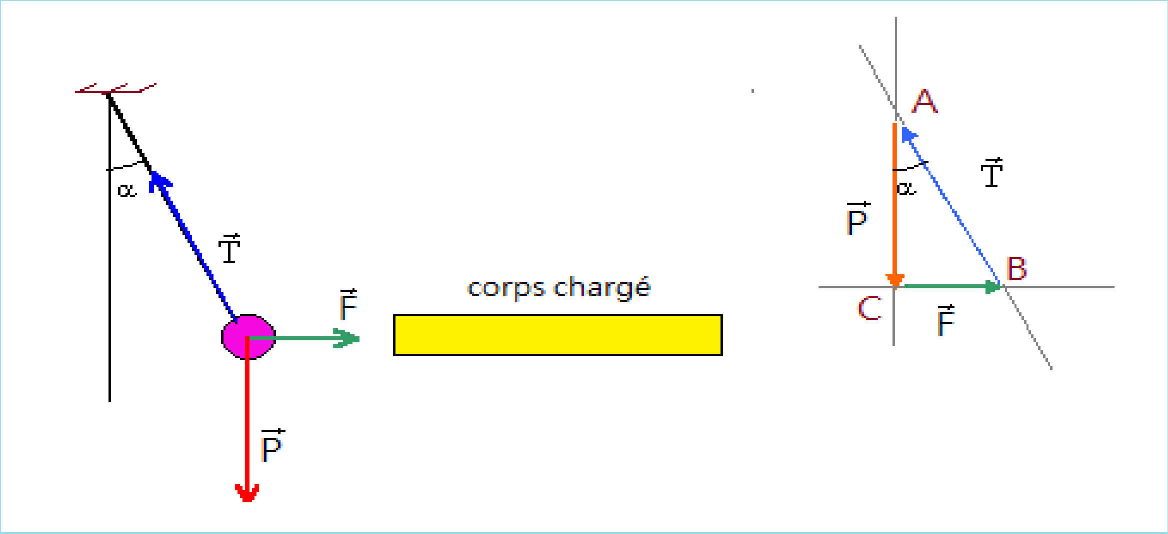
Le solide à étudier est la boule du pendule.

Faisons le bilan des forces extérieures appliquées à la boule :

-La tension $\vec{T}$ du fil, force exercée par le fil sur la boule et dans le support est la direction du fil.

-Le poids $\vec{P}$ de la boule, force exercée par la terre sur la boule et dont la direction est verticale et l'intensité $P = 0{,}03\ N$.

-La force électrique$\vec{F}$, force exercée par le corps chargé sur la boule chargée, dont la direction est horizontale.



A l'équilibre La somme vectorielle des trois forces est nulle :

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$$

Construisons le polygone des trois forces tel que :

Depuis l'origine A de$P$, traçons la droite d'action (D_1) de T inclinée de $6°$ par rapport à la verticale.

Depuis l'origine B de$P$, traçons la droite d'action (D_2) de F qui est horizontale.

L'intersection de deux directions (point C) correspond à l'extrémité de$F$.

Ayant choisi une échelle, il est facile d'en déduire F.

On peut aussi déterminer Fpar le calcul :

$$tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{P}{T}\Longrightarrow T=P\ tan\alpha$$

Soit : $T=0{,}03\times\tan(6°)=0{,}0032\ N$

La force électrique a une faible intensité.

2-Détermination de la tension du fil :

$$cos\alpha=\frac{AB}{AC}=\frac{P}{T}\Longrightarrow T=\frac{P}{cos\ \alpha}$$

Soit : $T=\frac{0{,}03}{coc(6°)}=0{,}0302\ N$

Exercice 2:

Un solide S de poids $P=10N$ est posé sur une table inclinée d'un angle de $\alpha=30°$ sur l'horizontale. Le contact entre le solide et la table est supposé sans frottements. Le solide est maintenu en équilibre sur la table grâce à un ressort dont l'axe est parallèle à la table et de raideur$k=200\ \ N/m$. Calculer l'allongement de ce ressort et déterminer la valeur de la réaction de la table sur le solide.

Corrigé

1-Détermination l'allongement Δl du ressort:

Le solide à étudier est le corps S

Faisons le bilan des forces extérieures appliquées à S :

-La tension $\vec{T}$ du ressort, force exercée par le ressort sur le solide S sa direction est parallèle au plan incliné.

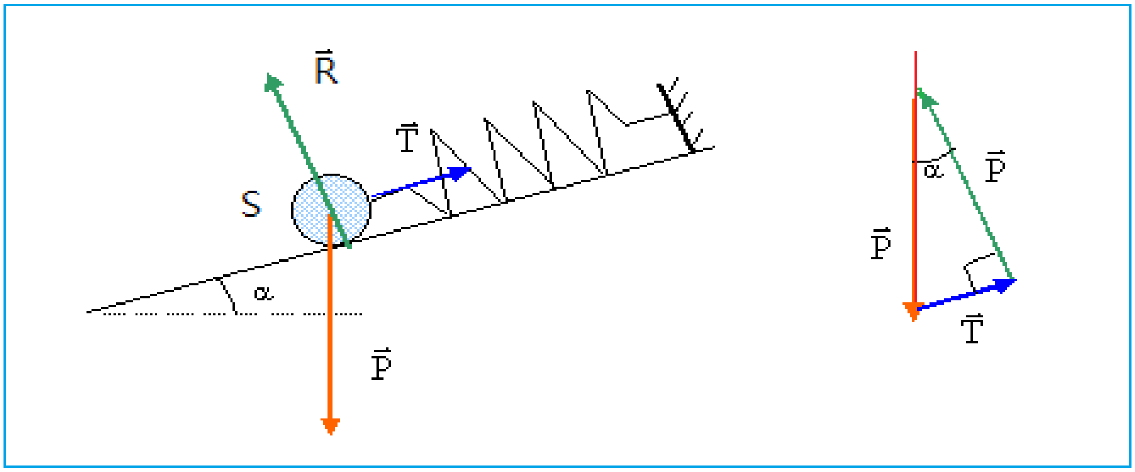
-Le poids $\vec{P}$ de la boule, force exercée par la terre sur la boule et dont la direction est verticale et l'intensité$P=10\ N$.

-La réaction $\vec{R}$, force exercée par le plan incliné sur le solide, dont la direction est perpendiculaire au plan incliné.

A l'équilibre La somme vectorielle des trois forces est nulle :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$$

Construisons le polygone des trois forces tel que :



$$cos\alpha = \frac{R}{P} \Longrightarrow R = Pcos\alpha$$

Soit :

$$R = 10 \times cos30° = 8{,}7\ N$$

$$sin\alpha = \frac{T}{P} \Longrightarrow T = Psin\alpha$$

Soit :

$$T = 10 \times \sin(10°) = 5\ N$$

La tension du ressort est proportionnelle à son allongement :

$$T = k\Delta l \Longrightarrow \Delta l = \frac{T}{k}$$

Soit :

$$\Delta l = \frac{5}{200} = 0{,}025\ m = 2{,}5\ cm$$

Exercice 3 :

Un voyageur tire une valise de masse $m = 8{,}5\ kg$ sur un sol horizontale, à l'aide d'une lainière. La direction de la lainière fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. La valise glisse d'un mouvement de translation rectiligne uniforme. La tension de la lainière pour valeur $T = 8{,}0\ N$.

Le mouvement de la valise se fait avec frottement.

1-Faire l'inventaire des forces exercées sur la valise. Donner les caractéristiques connues de ces forces.

2-Quelle égalité vectorielle doit vérifier ces forces ?

3-Calculer la valeur de la force de frottement

4-En déduire La valeur de la réaction$\vec{R}$, force exercée par le plan incliné sur la valise.

Corrigé

1- L'inventaire des forces exercées sur la valise :

La valise est soumise à :

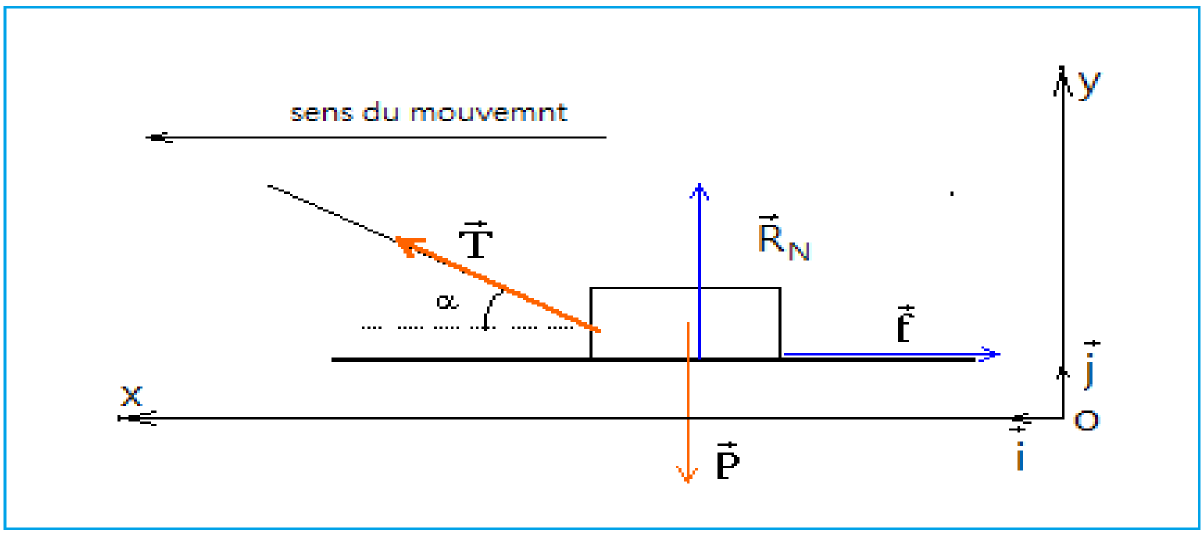
Son poids$\vec{P}$, de direction vertical, de sens vers le bas, sa valeur $P = mg = 8{,}5 \times 9{,}8 = 83{,}3\ N$

La tension $\vec{T}$ exercée par la lanière, de direction oblique de sens vers le haut et d'intensité $T = 8{,}0\ N$

L'action du support représentée par les vecteur $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$:

$\vec{R}_N$ Perpendiculaire au plan, de sens vers le haut et sa valeur et inconnue.

$\vec{f}$ Parallèle au plan de sons contraire à la vitesse et sa valeur est inconnue.



2-L'égalité vectorielle que doivent vérifier ces forces :

Le mouvement est rectiligne uniforme, alors, d'après le principe d'inertie la somme vectorielle des forces est égale au vecteur nul.

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$$

3- la valeur de la force de frottement :

On projette la relation vectorielle suivant un axe horizontale orienté dans le sens du mouvement :

$$T\cos\alpha - f = 0 \implies f = T\cos\alpha$$

Soit
$$f = 8 \times \cos(30°) = 6{,}93\ N$$

4- La valeur de la réaction $\vec{R}$

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$$

$$R^2 = R_N^2 + f^2 \implies R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$$

On projette la relation vectorielle suivant un axe verticale orienté vers le haut :

$$R_N - P + Tsin\alpha = 0 \implies R_N = P - Tsin\alpha$$

Soit $$R_N = 83{,}3 - 8 \times \sin(30°) = 79{,}3\ N$$

$$R = \sqrt{R_N^2 + f^2} \implies R = \sqrt{79{,}3^2 + 6{,}93^2} = 79{,}3\ N$$

Exercice 4 :

Un bloc parallélépipédique de masse $m = 200kg$ est immobile sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. Le bloc est soumis à l'action d'une corde parallèle à la ligne de la plus grande pente du plan incliné.

Le coefficient de frottement entre le bloc et le plan incliné est noté μ et a pour valeur $0{,}5$.

1-Calculer la valeur des composantes normale et tangentielle de la réaction du plan incliné.

2-Déterminer la valeur de la tension de la corde.

Corrigé

1- la valeur des composantes normale et tangentielle de la réaction du plan incliné

La valise est soumise à :

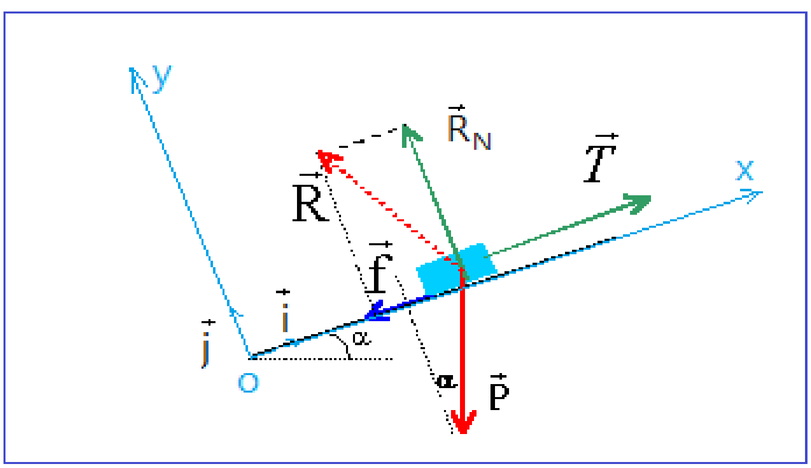
Son poids$\vec{P}$,

La tension $\vec{T}$ exercée par la corde

L'action du support $\vec{R}$ représentée par les vecteur $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$:

$\vec{R}_N$ Perpendiculaire au plan, de sens vers le haut et sa valeur et inconnue.

$\vec{f}$ Parallèle au plan de sons contraire à la vitesse et sa valeur est inconnue.



Le mouvement est rectiligne uniforme, alors, d'après le principe d'inertie la somme vectorielle des forces est égale au vecteur nul.

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$$

On projette la relation vectorielle suivant un axe perpendiculaire ai plan incliné et orienté vers le haut :

$$R_N - Pcos\alpha = 0 \implies R_N = Pcos\alpha$$

$$R_N = 200 \times 9{,}8 \times \cos(20°) = 1842\ N$$

Le coefficient de frottement :

$$\mu = \frac{f}{R_N} \implies f = \mu . R_N$$

$$f = 0{,}5 \times 1842 = 921N$$

2-Détermination de la valeur de la tension de la corde :

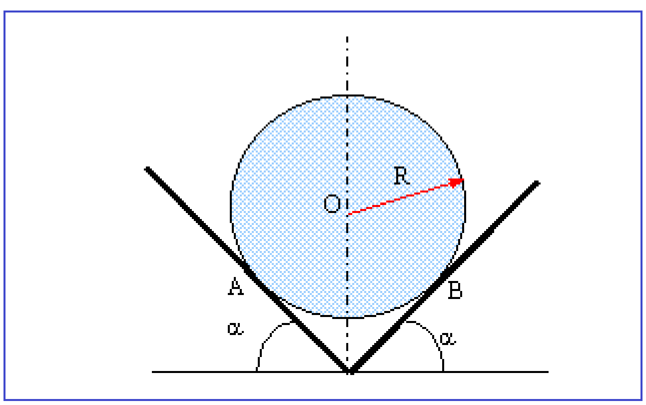
On projette la relation vectorielle suivant un axe parallèle au plan incliné et orienté dans le sens du mouvement :

$$-Psin\alpha - f + T = 0 \implies T = Psin\alpha + f$$

$$T = 200 \times 9{,}8 \times \sin(20°) + 921 = 1591N$$

Exercice 5 :

Une sphère de rayon $R = 5\ cm$ de masse $m = 0{,}5\ kg$ est immobile dans une cannelure $= 45°$, on suppose qu'il n'y a aucun frottement. Déterminer les caractéristiques des forces exercées par la cannelure sur la sphère.



Corrigé

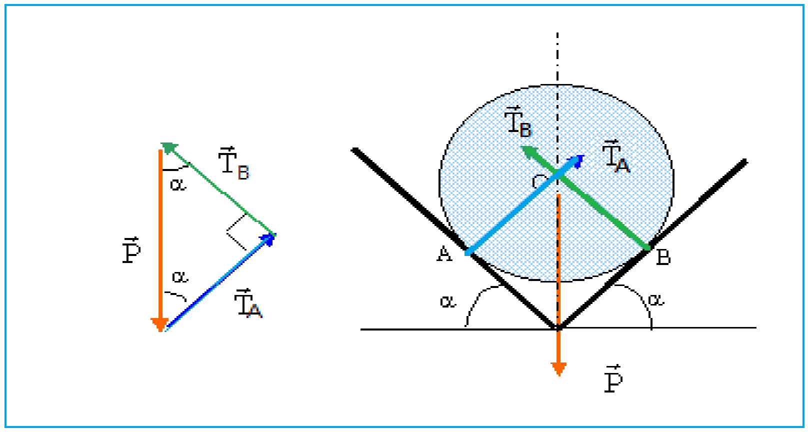
La bille est soumise à trois forces :

Son poids $\vec{P}$ son intensité :

$P = mg = 0{,}5 \times 9{,}8 = 4{,}9\ N$

à l'action du support A : $\overrightarrow{T_A}$

À l'action du support B : $\overrightarrow{T_B}$



A l'équilibre la somme vectorielle des forces est nulle.

$$cos\alpha = \frac{T_A}{P} \Longrightarrow T_A = Pcos\alpha$$

$$T_A = T_B = 4{,}9 \times \cos(45°) = 3{,}46\ N$$

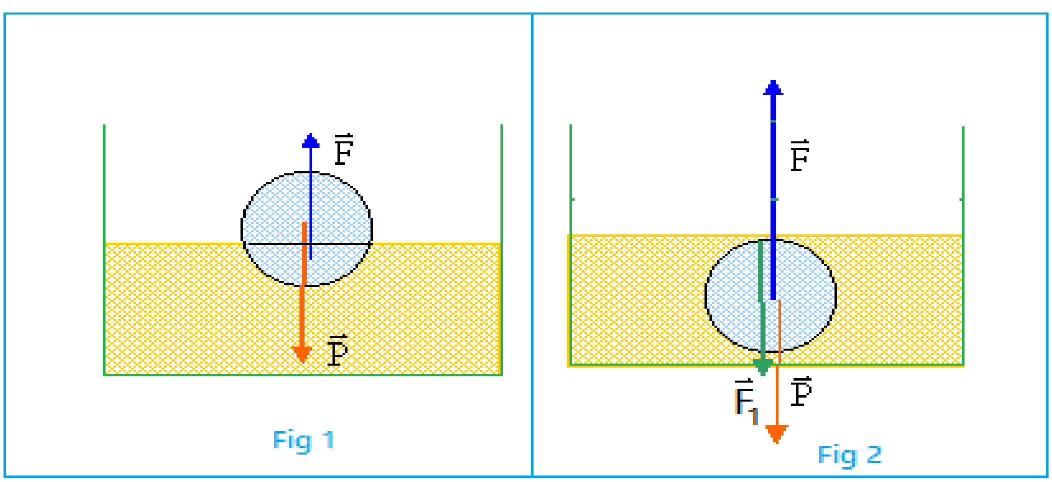
Exercice 6 :

Un ballon en caoutchouc a o=pour volume $V = 15dm^3$ et pour masse $m = 700\ g$. Il flotte à la surface de l'eau.

1-Déterminer la valeur du volume immergé.

2-On applique une force $\vec{F}_1$sur le ballon pour qu'il reste immobile sous l'eau .Quelles sont les caractéristiques de la force $\vec{F}_1$.

Corrigé



1-Détermination de la valeur du volume immergé :

Figure1 :

Le ballon est en équilibre, soumis à son poids P et à la poussée d'Archimède$F$. A l'équilibre ces deux forces sont opposées et ont même valeur.

$$P = mg$$

$$F = poids\ du\ volume\ émmergé = \rho_{eau}V_{im}g$$

$$mg = \rho_{eau}V_{im}g$$

$$\rho_{eau}V_{im} = m$$

$$V_{im} = \frac{m}{\rho_{im}} \Longrightarrow V_{im} = \frac{0,7}{1000} = 7.10^{-4}dm^3 = 0,7\ cm^3$$

2-Les caractéristiques de la force $\vec{F}_1$:

Figure 2 :

Le ballon est en équilibre, soumis à son poids P et à la poussée d'Archimède Fet à la forceF_1. A l'équilibre la somme vectorielle des forces est égale au vecteur nul.

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{F}_1 = \vec{0}$$

On projette la relation vectorielle suivant un axe verticale orienté vers le bas :

$$P + F_1 - F = 0$$

$$F_1 = F - P$$

La nouvelle valeur de la poussée d'Archimède :

$$F = \rho_{eau}V_{ballon}g = 1000 \times 15.10^{-3} \times 9,8 = 147\ N$$

Valeur du poids M

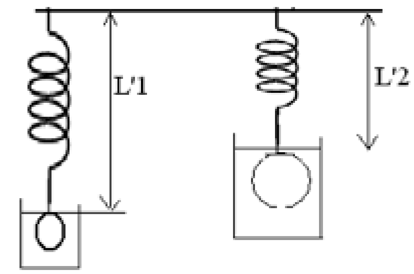
$$P = mg = 0,7 \times 9,8 = 6,86\ N \approx 6,9N$$

Valeur de F_1 :

$$F_1 = 147 - 6,9 = 140,1N$$

Exercice 7 :

On pèse un objet métallique au moyen d'un dynamomètre ; on trouve $F_1 = 10{,}2N$. On immerge cet objet dans l'eau : le dynamomètre indique alors $F_2 = 8{,}1\ N$.



1-Calculer le poids et la masse de cet objet.

On donne : $g = 9{,}8\,N/kg$.

2-Calculer le volume V de cet objet.

3-En déduire la masse volumique ρ de cet objet.

Corrigé

1-Le poids et la masse de cet objet :

Le dynamomètre mesure l'intensité du poids de cet objet. Le poids de cet objet est donc :

$$P = F_1 = 10{,}2N$$

Le poids du corps s'écrit : $P = mg$ soit $m = \frac{P}{g} \Longrightarrow m = \frac{10{,}2}{9{,}8} = 1{,}041\ kg$

2- le volume V de cet objet :

La poussée d'Archimède set égale au poids du volume d'eau déplacée : $F = \rho_{eau} V g$

ρ_{eau} : Masse volumique de l'eau (kg/m^3) V : le volume de l'eau déplacé (m^3).

$$F_2 + F = P \ \Longrightarrow F = P - F_2 = 10{,}2 - 8{,}1 = 2{,}1\ N$$

$$F = \rho_{eau} V g \ \Longrightarrow V = \frac{F}{\rho_{eau}\ g} \Longrightarrow V = \frac{2{,}1}{1000 \times 9{,}8} = 2{,}14.10^{-4}\ m^{-3} = 0{,}214\ L = 214\ mL$$

3-La masse volumique ρ de cet objet :

Masse volumique de l'objet $\rho(kg/m^3) = \frac{masse\ de\ l\,objet(kg)}{volume\ de\ l\,objet(m^3)}$

$$\rho = \frac{m}{V} \Longrightarrow \rho = \frac{1{,}041}{2{,}14.10^{-3}} = 4858\ kg.m^{-3}$$