série des exercices : rotation d'un solide autour d'un axe fixe

Exercice 1 :

Un disque effectue 45 tours par minute. Son diamètre est $d = 17\ cm$.

1- Calculer la fréquence du mouvement ainsi que la période.

2- Calculer la vitesse angulaire du disque.

3- Calculer la vitesse d'un point de la périphérie du disque et le vecteur vitesse de ce point.

Correction

1- fréquence du mouvement du disque :

Le disque effectue 45 tours par minute. Sa fréquence (nombres de tour par seconde) est donc :

$$f = \frac{45}{60}$$

$$f = 0{,}75\ Hz$$

La période de rotation du disque :

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{0{,}75}$$

$$T \approx 1{,}33\ s$$

2- Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{1{,}33}$$

$$\omega = 4{,}71\ rad/s$$

3- vitesse linéaire d'un point de la périphérie du disque :

$$v = R.\omega$$

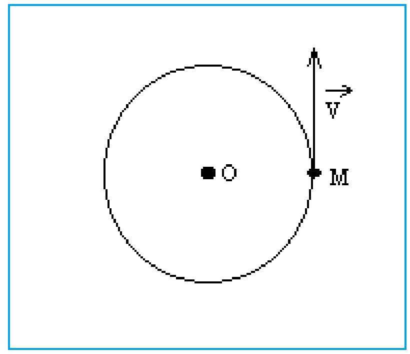
$$v = \frac{d}{2}.\omega$$

$$v = \frac{17 \times 10^{-2}}{2} \times 4{,}71$$

$$v = 0{,}40\, m/s$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est tangente à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement.

On remarque que le vecteur vitesse $\vec{v}$ du point M n'est pas constante car bien que son sens et sa norme ne changent pas, sa direction varie au cours du temps.



Exercice 2 :

Le document ci-contre est ma chronophotographie d'une roue de bicyclette dont le cadre est maintenu immobile.

On a collé une pastille blanche sur un rayon. L'intervalle de temps entre deux prise de vue consécutive est égale à $40\ ms$.

1- Caractériser le mouvement de la roue.

2- Déterminer la vitesse angulaire ω de la roue.

3- Calculer la valeur v de la vitesse d'un point situé à sa périphérie.

4- Déterminer la période T de rotation de la roue. Déduire sa fréquence f.

Donnée : diamètre de la roue $D = 50\ cm$

Correction

1- Caractéristiques du mouvement de la roue :

La roue est animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe perpendiculaire au plan de la roue et passe par son centre.

Le mouvement de la roue est uniforme car le disque parcourt des arcs égaux pendant des durées égales ($\tau = 40\ ms$).

2- La vitesse angulaire ω de la roue :

La roue fait un tour pendant une durée : $\Delta t = 10\tau = 10 \times 40 \times 10^{-3} = 0{,}40s$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{0{,}40}$$

$$\omega \approx 16\ rad/s$$

3- Vitesse d'un point situé à sa périphérie :

$$v = R.\omega$$
$$v = \frac{D}{2}.\omega$$
$$v = \frac{50.10^{-2}}{2} \times 16$$
$$v \approx 3{,}9\ m/s$$

4- Période T de rotation de la roue :

La roue effectue un mouvement périodique.

La période est la durée pour effectuer un tour : $T = 0{,}40s$

On peut en déduire la fréquence du mouvement de la roue :

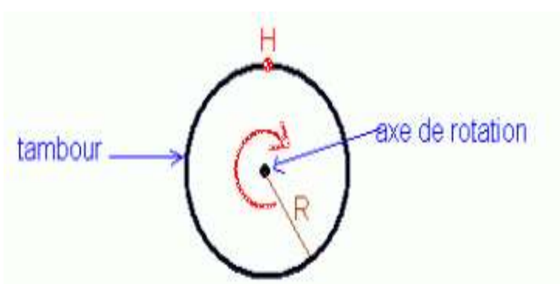
$$f = \frac{1}{T}$$
$$f = \frac{1}{0{,}40} = 2{,}5\ Hz$$

Exercice 3 :

Le tambour d'une machine à laver le linge est un cylindre de $46\ cm$ de diamètre. Au moment de l'essorage, il tourne autour de son axe à $800\ tr/min$.

1- Calculer sa vitesse angulaire ω de rotation en rad/s .

2- Calculer la vitesse v du point H de la périphérie du tambour.



Correction

1- Vitesse angulaire ω de rotation du tambour :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
$$\omega = \frac{800 \times 2\pi}{60}$$
$$\omega \approx 84\ rad/s$$

2- Vitesse v d'un point de la périphérie du tambour :

$$v = R.\omega$$

$$v = \frac{D}{2}.\omega$$

$$v = \frac{46.10^{-2}}{2} \times 84$$

$$v \approx 19\ m/s$$

Exercice 4 :

1- Déterminer la vitesse angulaire de la grande aiguille d'une montre.

2- Déterminer la vitesse angulaire de la petite aiguille d'une montre.

3- On choisit l'origine des dates à midi. A quel instant les deux aiguilles se superposent-elles à nouveau.

Correction

1- Vitesse angulaire de la grande aiguille d'une montre :

La période de rotation de la grande aiguille est : $\Delta t = T = 60\ min \Longrightarrow T = 3600s$

$$\omega_G = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_G = \frac{2\pi}{3600}$$

$$\omega_G \approx 1{,}75.10^{-3}\ rad/s$$

2- Vitesse angulaire de la petite aiguille d'une montre :

La période de rotation de la petite aiguille est : $\Delta t' = T' = 12\ h \Longrightarrow$

$$T' = 12 \times 3600s = 43200\ s$$

$$\omega_P = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_P = \frac{2\pi}{43200}$$

$$\omega_P \approx 1{,}45.10^{-4}\ rad/s$$

3- A l'instant t, l'angle balayé par la grande aiguille est : $\theta_G = \omega_G.t$

De même, à l'instant t, l'angle balayé par la petite aiguille est : $\theta_P = \omega_P.t$

Les aiguilles sont superposées si :

$$\theta_G = \theta_P + 2k\pi$$

$$\omega_G . t = \omega_P . t + 2k\pi$$

$$t = \frac{2k\pi}{\omega_G - \omega_P}$$

Les aiguilles se superposent un première fois pour $k = 1$

$$t = \frac{2\pi}{1{,}75.10^{-3} - 1{,}45.10^{-4}}$$

$$t = 3927s$$

$$t = 1heure\ 5\ minutes\ et\ 27\ secondes$$

Exercice 5 :

Un chariot sur un manège est décrit ci-dessous. Les différentes positions occupées par le chariot seront notées de M_0 à M_{26}. Sur le schéma la flèche à une longueur de $10\ cm$.

$1\ cm$ représente $2m$ dans la réalité. Deux positions successives sont séparées par un intervalle de temps $\Delta t = 0{,}50\ s$.

1- Calculer les vitesses instantanées V_2 et V_8 réelles aux positions 2 et 8.

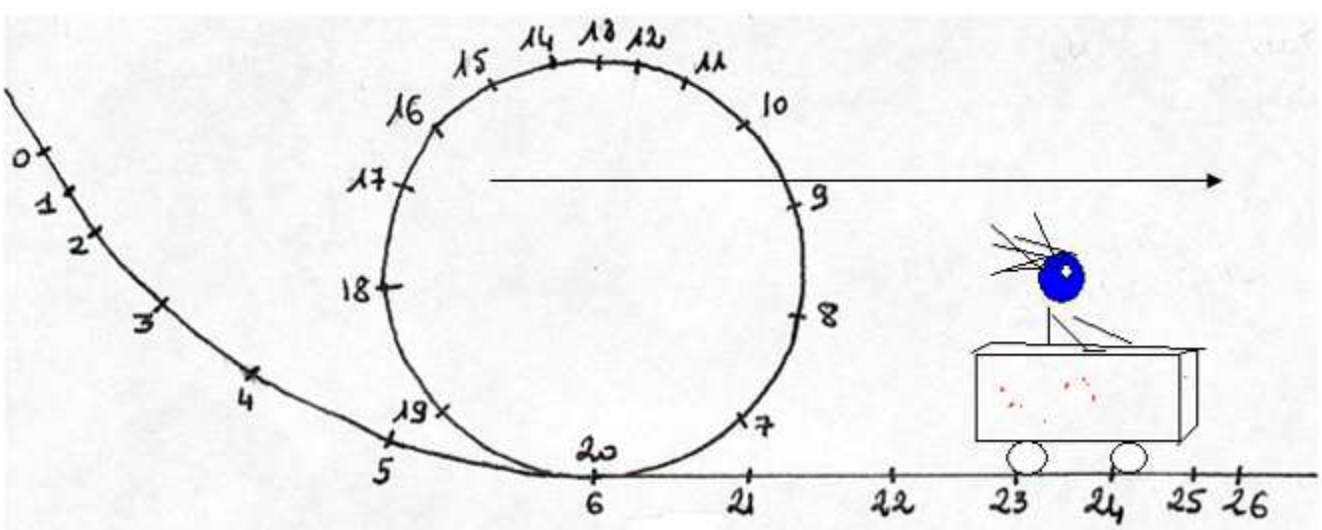
2- Représenter les vecteurs vitesses correspondants, en prenant comme échelle $1cm$ pour $2m.s^{-1}$.

Donner les caractéristiques du vecteur vitesse V_8.

3- Calculer la vitesse angulaire moyenne ω de la nacelle entre les instants t_6 et t_{20}.

4- Calculer cette vitesse moyenne N en $tr.mn^{-1}$.

5- Décrire le mouvement du chariot au cours du temps.



Correction

1- Vitesses instantanées V_2 et V_8 réelles :

Donnée : la flèche à une longueur de $10\ cm$. $1\ cm$ reprèsente $2m$ dans la réalité.

$M_1M_3 = 2\ cm$ ce qui représente dans la réalité : $M_1M_3 = 2 \times 2 = 4\ m$

$M_7M_9 = 3\ cm$ ce qui représente dans la réalité : $M_7M_9 = 3 \times 2 = 6\ m$

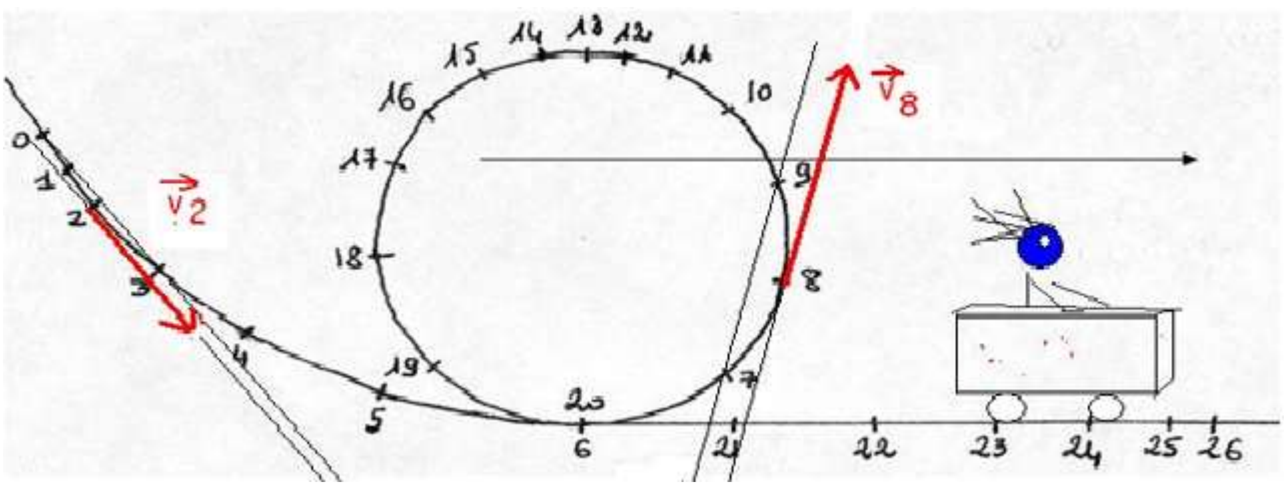
$$V_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} = \frac{4,0}{2 \times 0,5} = 4,0\ m.s^{-1}$$
$$V_8 = \frac{M_7M_9}{2\tau} = \frac{6,0}{2 \times 0,5} = 6,0\ m.s^{-1}$$

2- - Représenter les vecteurs vitesses $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_8$, en prenant comme échelle $1cm$ pour $2m.s^{-1}$:

La Longueur des vecteurs vitesse est :

pour $\vec{V}_2$ est : $\frac{4,0}{2,0} = 2,0\ cm$ et pour $\vec{V}_8$ est : $\frac{6,0}{2,0} = 3,0\ cm$

Les directions de ces vecteurs est tangente à la trajectoire respectivement aux points M_4 et M_8.



Les caractéristiques du vecteur vitesse V_8 au point M_8 sont :

Direction : la tangente à la trajectoire au point M_8

Sens : celui du mouvement

Valeur ou norme : $V_8 = 6,0\ m.s^{-1}$

3- Vitesse angulaire moyenne ω de la nacelle entre les instants t_6 et t_{20} :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{t_{20} - t_6} = \frac{2\pi}{14\tau} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{14 \times 0{,}5} = 0{,}90 rad.s^{-1}$$

$$\omega = \frac{360°}{14 \times 0{,}5s} = 51°.s^{-1}$$

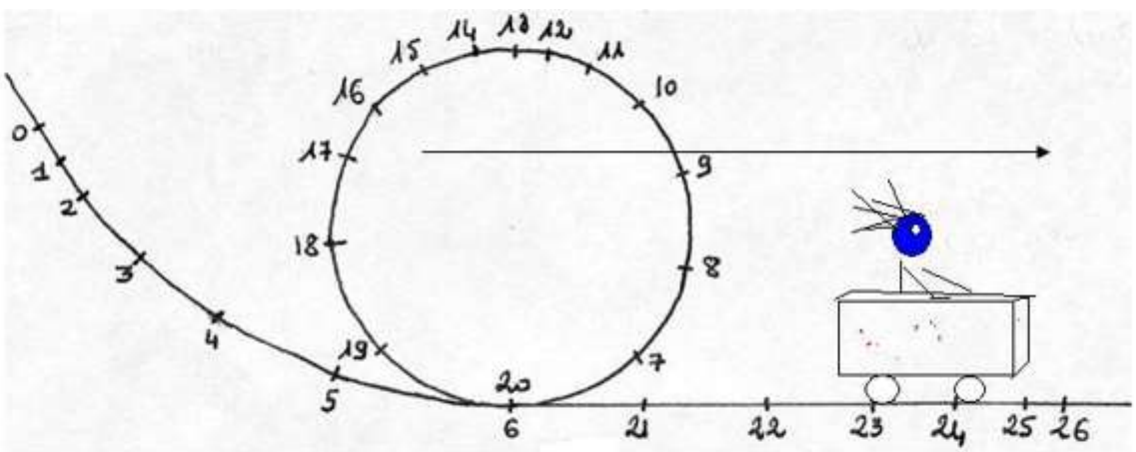
4- Vitesse moyenne N en $tr.mn^{-1}$:

un tour de manège est effectué en $t_{20} - t_6 = 14\,\tau = 7{,}0s$

$$N = \frac{Nombre\ de\ tour}{\Delta t} = \frac{1}{7{,}0} = 0{,}14\ tr.s^{-1}$$

$$N = 0{,}14 \times 60 = 8;4\ tr.min^{-1}$$

5- Décrire le mouvement du chariot au cours du temps :



Entre les positions 1à 6, la nacelle décrit un mouvement curviligne accéléré car les points décrivent une courbe et la distance entre deux points augmente.

Entre les positions 6 à 20, la nacelle décrit un mouvement circulaire car les points décrivent un cercle, ralenti jusqu'au point 13 puis accéléré de 13 à 20.

Entre les positions 18 à 24, la nacelle décrit un mouvement rectiligne ralenti car les points décrivent une droite et la distance entre deux points diminue.