le travail : un mode de transfert d'énergie

I. Energie cinétique d'un corps solide en translation :

I.1- Activité expérimentale : Chute libre, sans vitesse initiale, d'une petite bille en acier dans le référentiel terrestre

On va étudier la chute libre d'une bille en acier (m=90 g). A l'aide d'un logiciel, nous pouvons facilement enregistrer le mouvement de chute libre de la bille et en réaliser une chronophotographie.
On peut alors relever les mesures suivantes :

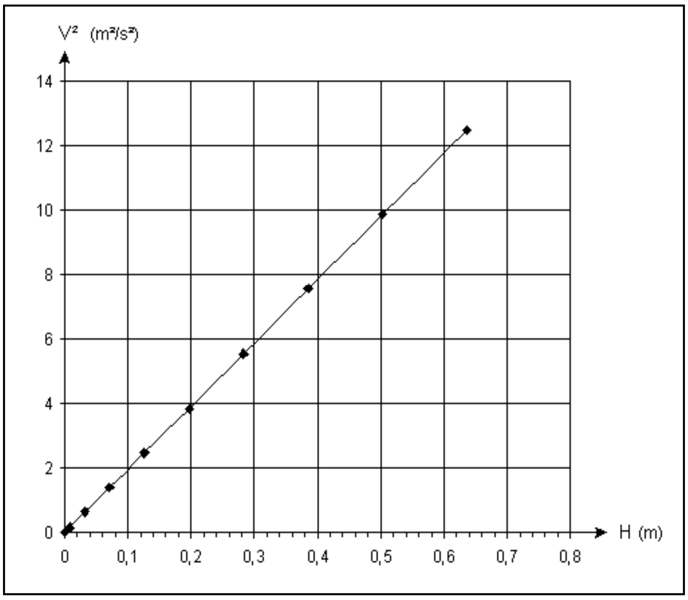
Positions A_i	t(s)	H(m)	$D_i=A_{i-1}A_{i+1}$(m)	V_i(m/s)	$V_i^2(m^2.s^{-2})$
A_0	0,000	0,000	- - -	0	0
A_1	0,040	0,0078	0,0313	0,391	0,153
A_2	0,080	0,0313	0,0638	0,798	0,636
A_3	0,120	0,0706	0,0943	1,179	1,389
A_4	0,160	0,1256	0,1256	1,570	2,465
A_5	0,200	0,1962	0,1569	1,961	3,846
A_6	0,240	0,2825	0,1883	2,354	5,541
A_7	0,280	0,3845	0,2198	2,748	7,551
A_8	0,320	0,5023	0,2512	3,140	9,860
A_9	0,360	0,6357	0,2825	3,531	12,468
A_{10}	0,400	0,7848	- - -	- - -	- - -

I.2- Exploitation :

a) Tracer sur du papier millimétré v=f(h) puis v^2=f(h).

b) Trouver le coefficient directeur de la droite que vous avez tracé.

c) Conclusion ?



réponse :

a) Construisons la courbe associée à V^2 = g (H)

b) la courbe montre que la grandeur V^2 est une fonction linéaire de la Hauteur H de la chute : $V^2 = KH$

Avec K le coefficient directeur tel que : k = 19 ,6 m/s²

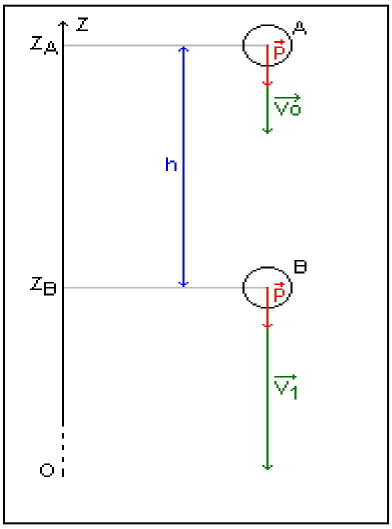
Cette valeur de K vaut deux fois la valeur du champ de pesanteur g = 9,80 N/kg donc K = 2 g

c) conclusion :

La courbe v^2= f(h) avec h hauteur de chute et v vitesse du solide est une droite passant par l'origine de coefficient directeur k= 2g.

Par conséquent : $\mathbf{v^2 = 2.g.h}$

I .3- Relation entre travail du poids, masse du solide et vitesse :



$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B) = m.g.h \quad \text{or } h = \frac{v^2}{2g}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = \frac{m.g.v^2}{2.g} = \frac{1}{2}.mv^2$$

Le travail W($\vec{P}$) s'exprime en joule (J), il en est de même de la quantité $\frac{1}{2}mV^2$ que l'on appelle énergie cinétique de la bille en translation .

I .4- Définition de l'énergie cinétique d'un solide en translation

L'énergie cinétique d'un solide de masse m se déplaçant en translation à la vitesse v est égale à : $\mathbf{E_c = ½ mv^2}$

- **E_c s'exprime en joule (J) .**
- **m s'exprime en kilogramme (kg)**
- **v s'exprime en mètre par seconde ($m.s^{-1}$)**

Application 1

1) Calculer l'énergie cinétique :

a- d'une voiture de masse 1,0tonnes roulant à 90km/h

b- d'un camion de masse 30tonnes roulant à 90km/h

2) Calculer la vitesse d'une voiture de masse 1tonnes ayant la même énergie cinétique que le camion roulant à 90km/h

Quels commentaires , concernant la sécurité routière , inspirent ces résultats ?

II. Théorème de l'énergie cinétique :

pour le chute libre le solide est abandonné sans vitesse initiale :

V_A=0 m/s c'est-à- dire $E_C(t=0) = 0j$.

Le poids de la bille est la seule force extérieure à laquelle elle est soumise.

donc la variation d'énergie cinétique d'un solide entre les deux positions A et B s'écrit :

Ec(B) – Ec(A) = mg(z_A – z_B) soit : $\Delta E_C = W_{A\to B}(\vec{P})$

On dit que La relation $\frac{1}{2}mV^2$ = W($\vec{P}$) montre que le travail du poids $\vec{P}$ de la bille a permis de lui transmettre une énergie $E_{C}= \frac{1}{2}mV^2$

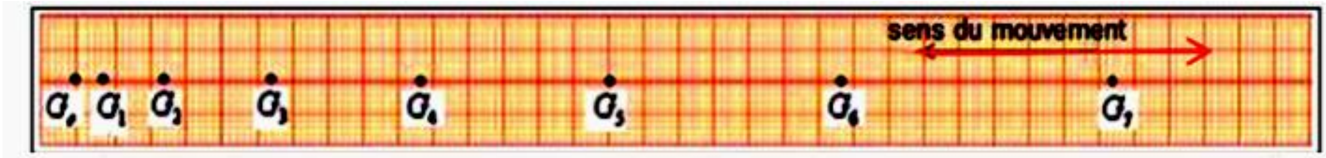
théorème de l'énergie cinétique:

Dans un repère galiléen , la variation de l'énergie cinétique ΔEc d'un corps solide en mouvement de translation rectiligne entre deux instant t_1 et t_2 est égale la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures exercées sur lui entre ces deux instants .

$$\Delta Ec = \Sigma W(\vec{F}ext)$$

Exercice d'application :

Cas d'un corps solide en translation rectiligne :
On pose un autoporteur de masse m = 500 g au-dessus d'une table incliné d'un angle α = 10° par rapport au plan horizontal.
On lance l'autoporteur sans vitesse initiale et on enregistre les positions du centre d'inertie sur des durées égales et successives τ = 60 ms



$G_0G_1 = 3mm$, $G_1G_2 = 9mm$, $G_2G_3 = 15mm$, $G_3G_4 = 21mm$, $G_4G_5 = 27mm$, $G_5G_6 = 33mm$, $G_6G_7 = 39mm$

On prend : $g = 9{,}8\,N/kg$

1- Faire le bilan des forces extérieures agissant sur le mobile.

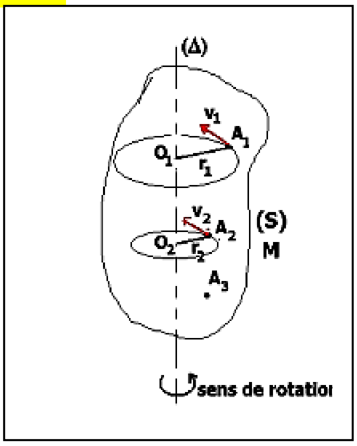
2- Déterminer l'expression de travail de chaque force, quand le centre d'inertie de l'autoporteur se déplace de la position G_3 à la position G_5. Déduire la somme des travaux des forces appliquées sur l'autoporteur entre ces deux positions $\sum W_{G_3\to G_5}(\vec{F})$.

3- Calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur dans chaque positions G_3 et G_5. Et déduire $\Delta E_C = E_{C5} - E_{C3}$ la variation de l'énergie cinétique de l'autoporteur.

4- Déduire la relation entre $\Delta E_C = E_{C5} - E_{C3}$ de l'autoporteur et $\sum W_{G_3\to G_5}(\vec{F})$.

III. Énergie cinétique d'un corps solide en rotation autour d'un axe fixe

III. 1- Expression de l'énergie cinétique dans le cas de mouvement de rotation.



Soit (S) un solide indéformable de masse totale M en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) de vitesse angulaire ω .
Chaque point de solide Ai a une vitesse linéaire V_i et de masse mi donc il possède une énergie cinétique $E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2$

On sait que chaque vitesse linéaire $V_i = r_i.\omega$ avec r_i le rayon de la trajectoire circulaire du point Ai

Donc l'énergie cinétique du point Ai s'écrit : $\boldsymbol{E_{ci} = \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega^2}$

D'où l'énergie cinétique totale du solide : $\boldsymbol{E_c = \sum_{i=1}^{n} E_{ci} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\, r_i^2\omega^2}$

$$\boldsymbol{= \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2}$$

La grandeur $\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ caractérise le solide (S) . Il dépend de sa masse et la répartition de cette masse autour de l'axe de rotation , cette grandeur est appelée : moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Δ , son unité dans le système international est $kg.m^2$ et on la note J_Δ .

donc : $J_\Delta = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

Définition :

Énergie cinétique d'un corps solide en rotation autour d'un Axe fixe ,
s'écrit : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$
avec ω la vitesse angulaire instantanée du solide et J_Δ le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation (Δ)

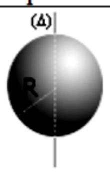
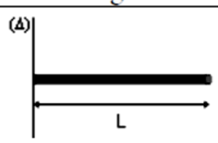
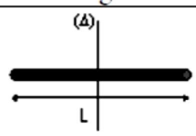
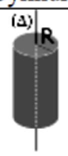
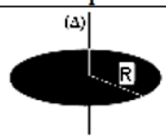
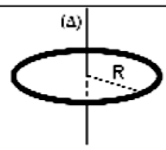
Application 2

Une roue de 18kg et de 40cm de diamètre tourne à la fréquence de rotation de 1500tr/min.

1. Calculer la vitesse linéaire d'un point de sa circonférence.
2. Déterminer son moment d'inertie et son énergie cinétique.

III. 2- Quelques moments d'inertie des solides homogènes et de formes connues :

moments d'inertie de quelques solides usuels

Sphère	Tige	Tige	Cylindre	Disque	Cerceau
					
$J_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$	$J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$	$J_\Delta = \frac{1}{12}ML^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$	$J_\Delta = MR^2$

I. Théorème de l'énergie cinétique :

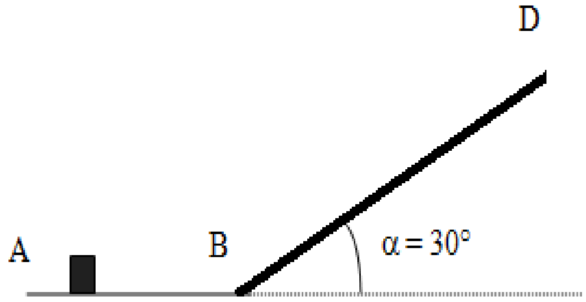
Énoncé du théorème de l'énergie cinétique

Conclusion : Théorème de l'énergie cinétique généralisé

Dans un repère galiléen, la variation de l'énergie cinétique ΔE_c d'un corps solide indéformable translation ou en rotation autour d'un axe fixe, entre deux instant t_1 et t_2 est égale la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures exercées sur lui entre ces deux instants. $Ec = \Sigma W(\vec{F}ext)$

EXERCICE 1 :

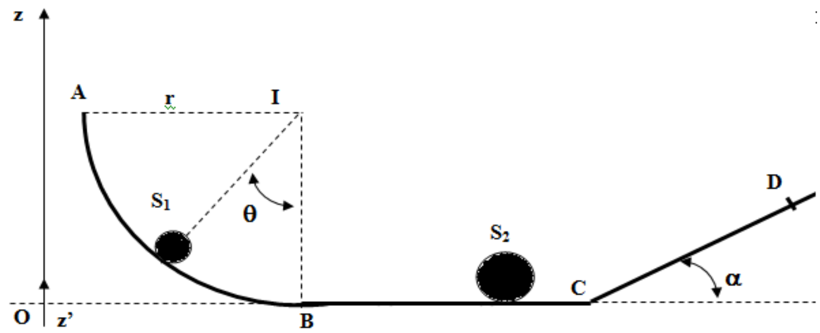
Un autoporteur de masse m = 600g est lancé depuis un point A avec une vitesse initiale $V_A = 6\ m.s^{-1}$ sur un plan AB horizontal de longueur AB = 3 m sur lequel il glisse sans frottement, puis aborde un plan incliné BD , de longueur BD = 4 m, sur lequel les frottements seront supposés négligeables.
L'autoporteur pourra être considéré comme un solide ponctuel.
On prendra g = 10 N/Kg



1- Exprimer, puis calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur en A.
2- Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur l'autoporteur au cours de la phase AB.
Définir ces forces et les représenter sur le dessin
3- a) Donner la définition d'un système pseudo-isolé ;
b) L'autoporteur est -il pseudo-isolé au cours de la phase AB , la phase BD ?
c) En déduire la vitesse du centre d'inertie du mobile en B ?
4- Soit C_1 un point du plan incliné tel que $BC_1 = 1$ m
Calculer le travail du poids de l'autoporteur et le travail de l'action $\vec{R}$ du plan sur l'autoporteur au cours du déplacement BC_1.
5- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les instants t_B et t_{C1} en déduire Vc_1
6- Soit C_2 le point de rebroussement sur le plan incliné.
En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les instants t_B et t_{C2}, en déduire BC_2 la distance parcourue par le mobile avant de rebrousser chemin en C_2.

EXERCICE 2

On se propose d'étudier le mouvement d'un solide S1 supposé ponctuel , de masse m_1 = 100g le long du trajet ABCD représenté sur la figure. Le trajet AB est circulaire de centre I et de rayon r= 0,2 m, le trajet BC est horizontal. Les frottements sont négligeables le long de ABC. Le trajet CD est un plan incliné dont la ligne de plus grande pente fait un angle α = 30° avec l'horizontale.



Le solide S_1 est lâché sans vitesse initiale au point A, On prendra g = 10 N/ kg.
1- En appliquant le théorème d'énergie cinétique, établir l'expression de la vitesse du solide S_1 au point B.
2- Montrer que le mouvement du solide S_1 est uniforme le long du trajet BC.
3- La vitesse V_1 acquise par S_1 en B est celle avec laquelle il entre en collision parfaitement élastique (choc) avec un solide S_2 de masse m_2 initialement au repos. La vitesse de S_2 juste après le choc est V_2= 1 $m.s^{-1}$. Sachant que $V_2/V_1=2m_1/(m_1 +m_2)$, calculer m_2.
4- Arrivant au point C à la vitesse V_2, le solide S_2 aborde la partie inclinée du parcours et arrive avec une vitesse nulle au point D. On donne CD = 20 cm.
4-1- Montrer que le solide S_2 est soumis à une force de frottement f entre les points C et D.
4-2- Donner les caractéristiques de f.